PART2　導関数

例題

導関数の定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=2x-1$　　(2)　$f(x)=x^2-3$　　(3)　$f(x)=x^3+x$

Point Pickup

練習

導関数の定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=-x^2+3x-6$　　(2)　$f(x)=x^3-5x$

第14講　PART2 確認問題

導関数の定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

1　$f(x)=-x^2+5x+4$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\boxed{\text{アイ}}xh-h^2+\boxed{\text{ウ}}h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\boxed{\text{アイ}}x-h+\boxed{\text{ウ}}\right)$$

$$=\boxed{\text{エオ}}x+\boxed{\text{カ}}$$

2　$f(x)=x^3-4x$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\boxed{\text{キ}}x^2h+\boxed{\text{ク}}xh^2+h^3-\boxed{\text{ケ}}h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(\boxed{\text{キ}}x^2+\boxed{\text{ク}}xh+h^2-\boxed{\text{ケ}}\right)$$

$$=\boxed{\text{コ}}x^2-\boxed{\text{サ}}$$

PART2　導関数

例題

導関数の定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=2x-1$　　(2)　$f(x)=x^2-3$　　(3)　$f(x)=x^3+x$

(1)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{2(x+h)-1\}-(2x-1)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{2h}{h}=\lim_{h\to 0}2=2$

(2)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{(x+h)^2-3\}-(x^2-3)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{2xh+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$

(3)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{(x+h)^3+(x+h)\}-(x^3+x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{3x^2h+3xh^2+h^3+h}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2+1)=3x^2+1$

練習

導関数の定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=-x^2+3x-6$　　(2)　$f(x)=x^3-5x$

(1)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{-(x+h)^2+3(x+h)-6\}-(-x^2+3x-6)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{-2xh-h^2+3h}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(-2x-h+3)=-2x+3$

(2)　$f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{\{(x+h)^3-5(x+h)\}-(x^3-5x)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{3x^2h+3xh^2+h^3-5h}{h}$

$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2-5)=3x^2-5$

第 14 講　PART2 確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：-2，ウ：5，エオ：-2，カ：5

[解説]

$$f'(x)$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{[A]}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{-(x+h)^2+5(x+h)+4\}-(-x^2+5x+4)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{-2xh-h^2+5h}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(-2x-h+5)$$
$$=\boldsymbol{-2x+5}$$

[A]　導関数

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

関数 $f(x)$ から，その導関数 $f'(x)$ を求めることを，$f(x)$ を「微分する」という。

2 **[正解]** キ：3，ク：3，ケ：4，コ：3，サ：4

[解説]

$$f'(x)$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad \text{[B]}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3-4(x+h)\}-(x^3-4x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3-4h}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2-4)$$
$$=\boldsymbol{3x^2-4}$$

[B]　導関数

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$